Lycée : Feriana & *Thelepte*

Hamdi-M & M'hamdi -A

16-11-2012

Devoir de contrôle N°1

Mathématiques

$4^{ème}$ maths

Durée : 2heures

Le devoir comporte 3 pages Numérotées de 1/3 à3/3
La page 3/3 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (3points) : (voir annexe)

Exercice 2(6points) :

*Dans la figure de **l'annexe** ci-jointe est représentée, dans un repère orthonormé (O ,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$)*
La courbe (c_f) d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $]0,+\infty[$.

la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à la courbe (c_f)

La courbe (c_f) admet une branche parabolique de direction (O, $\vec{\imath}$) au voisinage de $+\infty$

1) a) Dresser le tableau de variation de f sur $]0,+\infty[$.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x$

c) Etudier la position de (c_f) par rapport à la droite Δ : y = x .

2) On considère les suites (u_n) et (v_n) définiessur IN par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \ , n\in \text{IN}^* \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \ , n\in \text{IN}^* \end{cases}$$

Représenter sur l'axe des abscisses : u_0, u_1, u_2, v_0, v_1 et v_2

3) a) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$

b) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

4) a) Montrer par récurrence que $3 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq 5$

b) En déduire que (v_n) est convergente et déterminer sa limite.

5) Montrer que les suites (u_n)et (v_n) sont adjacentes.

Exercice 3 (6points) :

Soit f la fonction définie sur] 0,2[par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$)

1) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Construire la courbe (C).

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle [1,2[.

a) Montrer que g réalise une bijection de [1,2[sur un intervalle J à préciser.

b) Tracer dans le même repère la courbe (C') de g^{-1}(g^{-1}*étant* la bijection réciproque de g)

c) Expliciter g^{-1} (x) pour tout x∈ J.

3) Soit H une fonction dérivable sur]0,2[telle que pour tout x $\in]0;2[$ **H'(x) = f(x)** et **H(1)=0**.

On désigne par (U_n) la suite réelle définie sur IN^* par U_n = **H(1+ $\frac{1}{n}$) - H(1+ $\frac{1}{n+1}$).**

a) Déterminer la limite de (U_n)

b) Montrer que $\forall n \in IN^*$ **on a** $\frac{1}{n(n+1)}\,f(\frac{n+2}{n+1}) \leq U_n \leq \frac{1}{n(n+1)}\,f(\frac{n+1}{n})$

c) En déduire la limite de ($n^2 U_n$).

<u>Exercice</u> 4(5points) :

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct (O ,$\vec{u}$,$\vec{v}$)

I) Soit l'équation (E) : $z^2 - 2mz + 2 = 0$ avec m est un paramètre complexe non nul.
On pose M(m) , M'(z') et M'' (z'') ou z' et z'' sont les solutions de l'équation (E).
Sans calculer z' et z'' montrer que :
1) M est le milieu du segment$[M'M'']$.
2) arg(z') + arg(z'') ≡ $0[2\pi]$ et que [OI] est la bissectrice de ($\overrightarrow{OM'}$, $\overrightarrow{OM''}$) ;(avec **I (1)**)

II) Soit $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$
1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 1 + e^{i2\theta}$ =0.
2) On désigne $M_1(1 - ie^{i\theta})$, $M_2(1 + ie^{i\theta})$ et I (1)
a) Montrer que $S_I(M_1) = M_2$ (S_I la symétrie centrale de centre I).
b) Montrer que M_1 , M_2 et O sont situés sur le cercle ζde rayon 1 et de centre que l'on déterminera
c) En déduire que le triangle OM_1M_2 est rectangle en O .
d) Déterminer la valeur de θpour que le triangle OM_1M_2 soit isocèle.

BON TRAVAIL

Annexe à rendre avec la copie

Exercice *1*

Répondre par **vrai** ou **faux** sans aucunes justifications

ABCD est un rectangle ,I et J sont les milieux respectifs des segments $[\boldsymbol{AB}]$ et$[\mathbf{CD}]$.

1) $\mathbf{S_{(AB)} \, o S_{(DC)} = t_{\overrightarrow{IJ}}}$
2) $\mathbf{S_{(AB)} o S_{(AD)} = S_D}$
3) ***Si f est une isométrie qui envoie A sur D et B sur C alor f (J) = I***
4) ***Si g est une isométrie tels que g (C) =D et g(D) = C et g(I) = I alors :***
   - **i)** **g(J) = J**
   - **ii)** $\mathbf{g = S_J}$
   - **iii)** **g o g = Idp**

Exercice *2*